

Formulaire de mathématique

a) Polynômes

a. Premier degré

$y = m \cdot x + p$ (m : pente, p : intercept = intersection avec l'axe Oy)

Droite passant par $(x,y) = (a,b)$ et de pente m : $y = (b - a \cdot m) + m \cdot x$

Droite passant par $(x,y) = (a,b)$ et $(x,y) = (c,d)$: $y = b + (b - d)/(a - c) \cdot (x - a)$

b. Second degré

$ax^2 + by^2 + cxy + dx + ey + f = 0$ (a, b, c, d, e et f sont des constantes)

$c^2 < 4ab \Rightarrow$ ellipse

$c^2 = 4ab \Rightarrow$ parabole

$c^2 > 4ab \Rightarrow$ hyperbole

Exemple : $c=b=e=0 \Rightarrow ax^2 + dx + f = 0$

$x_{1,2} = (-d \pm \sqrt{d^2 - 4 \cdot a \cdot f}) / (2a)$ si $\rho = d^2 - 4 \cdot a \cdot f \geq 0$

c. Degrés supérieurs

$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 = (x-a) \cdot (b_{n-1} x^{n-1} + b_{n-2} x^{n-2} + \dots + b_1 x + b_0)$ si $P(a) = 0$

b) Fonctions usuelles (logarithmes et exponentielles)

a. Logarithmes

$\log_a(x) = b \Leftrightarrow a^b = x$ ($a > 0, a \neq 1$)

Propriétés :

$\log_a(1) = 0$ et $\log_a(a) = 1$

$\log_a(p \cdot q) = \log_a(p) + \log_a(q)$

$\log_a(p/q) = \log_a(p) - \log_a(q)$

$\log_a(p^n) = n \cdot \log_a(p)$

b. Exponentielles

$y = a^x$

Propriétés :

$a^0 = 1$ et $a^1 = a$

$a^{p \cdot q} = (a^p)^q$

$a^{p+q} = a^p \cdot a^q$

$a^{p-q} = a^p / a^q$

c) Fonctions trigonométriques

a. Relations dans un triangle rectangle ABC, rectangle en B (\Rightarrow AC est l'hypoténuse)

$\cos(A) = AB/AC, \quad \sin(A) = BC/AC, \quad \operatorname{tg}(A) = \sin(A)/\cos(A) = BC/AB$

Pythagore : $AB^2 + BC^2 = AC^2 \Rightarrow (AC \cdot \cos(A))^2 + (AC \cdot \sin(A))^2 = AC^2$

$\Rightarrow \cos^2(A) + \sin^2(A) = 1$

b. Valeurs particulières dans le premier quadrant (θ varie de 0 à 90° (0 à $\pi/2$ radians))

θ	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin(\theta)$	0	1/2	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1
$\cos(\theta)$	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	1/2	0
$\operatorname{tg}(\theta)$	0	$\sqrt{3}/3$	1	$\sqrt{3}$	$+\infty$

c. Relations

$$\sin(\phi \pm \theta) = \sin(\phi) \cdot \cos(\theta) \pm \sin(\theta) \cdot \cos(\phi)$$

$$\cos(\phi \pm \theta) = \cos(\phi) \cdot \cos(\theta) - [\pm \sin(\phi) \cdot \sin(\theta)]$$

$$\operatorname{tg}(\phi \pm \theta) = \sin(\phi \pm \theta) / \cos(\phi \pm \theta) = [\operatorname{tg}(\phi) \pm \operatorname{tg}(\theta)] / [1 - [\pm \operatorname{tg}(\phi) \cdot \operatorname{tg}(\theta)]]$$

i. **Angles opposés :**

$$\sin(-\theta) = \sin(0 - \theta) = \sin(0) \cdot \cos(\theta) - \sin(\theta) \cdot \cos(0) = -\sin(\theta), \dots$$

ii. **Angles supplémentaires :**

$$\sin(180 - \theta) = \sin(180) \cdot \cos(\theta) - \sin(\theta) \cdot \cos(180) = \sin(\theta), \dots$$

iii. **Angles complémentaires :**

$$\sin(90 - \theta) = \sin(90) \cdot \cos(\theta) - \sin(\theta) \cdot \cos(90) = \cos(\theta), \dots$$

iv. **Angles anti-supplémentaires**

$$\sin(180 + \theta) = \sin(180) \cdot \cos(\theta) + \sin(\theta) \cdot \cos(180) = -\sin(\theta), \dots$$

v. **Angles doubles :**

$$\sin(2 \cdot \theta) = \sin(\theta + \theta) = \sin(\theta) \cdot \cos(\theta) + \cos(\theta) \cdot \sin(\theta) = 2 \cdot \sin(\theta) \cdot \cos(\theta),$$

$$\cos(2 \cdot \theta) = \cos(\theta) \cdot \cos(\theta) - \sin(\theta) \cdot \sin(\theta) = \cos^2(\theta) - \sin^2(\theta),$$

$$\operatorname{tg}(2 \cdot \theta) = \sin(2 \cdot \theta) / \cos(2 \cdot \theta) = [2 \cdot \operatorname{tg}(\theta)] / [1 - \operatorname{tg}^2(\theta)]$$

vi. **Formules de Simpson**

$$\begin{aligned} \sin(a) + \sin(b) &= \sin[(a+b)/2 + (a-b)/2] + \sin[(a+b)/2 - (a-b)/2] \\ &= 2 \cdot \sin[(a+b)/2] \cdot \cos[(a-b)/2] \end{aligned}$$

$$\sin(a) - \sin(b) = 2 \cdot \sin[(a-b)/2] \cdot \cos[(a+b)/2]$$

$$\cos(a) + \cos(b) = 2 \cdot \cos[(a+b)/2] \cdot \cos[(a-b)/2]$$

$$\cos(a) - \cos(b) = -2 \cdot \sin[(a+b)/2] \cdot \sin[(a-b)/2]$$

d. Relations dans un triangle quelconque :

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2 \cdot AC \cdot BC \cdot \cos(C) \text{ (et idem pour les autres cotés)}$$

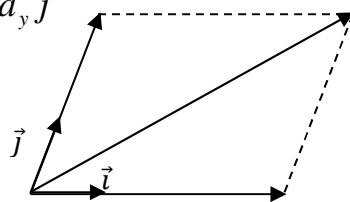
$$AB / \sin(C) = AC / \sin(B) = BC / \sin(A) \text{ (relation aux sinus)}$$

e. Relations dans deux triangles semblables ABC et A'B'C' :

$$AB / A'B' = AC / A'C' = BC / B'C'$$

d) Grandeurs vectorielles

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j}$$



Produit scalaire : $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y + a_z \cdot b_z$

Produit vectoriel:

$$\vec{a} \wedge \vec{b} = (a_y \cdot b_z - a_z \cdot b_y) \cdot \vec{i} + (a_z \cdot b_x - a_x \cdot b_z) \cdot \vec{j} + (a_x \cdot b_y - a_y \cdot b_x) \cdot \vec{k}$$

